

PROYECTO MAT-TIC CON GEOGEBRA

**Una forma innovadora de enseñar
y aprender matemáticas.**

Asignatura: Matemáticas

Nivel: todos los cursos

Los orígenes

El proyecto MAT-TIC dio sus primeros pasos en los pasillos de las JAEM (Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas) celebradas en Palma de Mallorca en 2013. En varias reuniones informales de algunos de los miembros del futuro equipo con Josefina Arévalo, editora de matemáticas de SM, se pusieron los cimientos de esta propuesta innovadora.

Y allí se terminó de formar el propio equipo de trabajo. Coordinado por Antonio Pérez Sanz el grupo reunió a cinco de los mayores expertos españoles en el programa Geogebra: los cuatro componentes del grupo G4D autores de la popular web [Geometría dinámica y Matemáticas interactivas](#): Rafael Losada, Manuel Sada, José Antonio Mora y José Manuel Arranz; a los que se unió José Luis Álvarez.

El grupo tenía una amplia experiencia en el diseño de materiales digitales interactivos y en el uso didáctico de Geogebra. Antonio Pérez, desde la dirección del ITE, había dado un gran impulso al uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas con la oferta de cursos de Geogebra, diseñados por Rafael Losada, en los que se formaron más de 3000 profesores, y con el Proyecto Gauss de materiales interactivos para primaria, ESO y bachillerato, realizados por Rafael Losada y José Luis Álvarez.

El primer año lo dedicamos a la preparación del proyecto: selección de las actividades más relevantes, encaje con los materiales del libro, estudiar la posibilidad de que esas actividades ideadas se pudieran convertir en construcciones de GeoGebra que a su vez se pudieran traducir en applets interactivos. Los dos cursos siguientes los dedicamos a completar las más de 1000 actividades que acompañan a los diez libros que conforman el proyecto editorial de Secundaria obligatoria y Bachillerato. El trabajo no lo damos por acabado, ya en 2019 se hizo una revisión para renovar algunas actividades y para

actualizar la traducción de nuestras construcciones de GeoGebra a las páginas html que contienen los applets.

Por qué MAT-TIC

Estas dos primeras décadas del siglo XXI han puesto de manifiesto profundos cambios en la sociedad y también en la escuela. La pandemia del COVID 19 ha venido a demostrar la necesidad de cambio de forma brutal.

Lo que se ha puesto en relieve es que la sociedad no puede educar a los jóvenes para vivir en un mundo que ya no existe. La realidad sociológica, económica, cultural e incluso laboral es sustancialmente distinta de la de hace tan solo 30 años.

Las herramientas productivas y de comunicación y consumo han cambiado de forma radical en las últimas décadas. Quizás la institución más resistente al cambio sea la escuela.

Pero el covid19 nos ha obligado a asumir esos cambios de manera acelerada. Las aulas virtuales para alumnos de primaria y secundaria eran una quimera hace muy pocos años. Las herramientas tecnológicas de adquisición de información y la construcción del propio conocimiento parecía algo más utópico que real. Con la pandemia lo virtual se ha hecho real. Y las instituciones educativas como SM que apostaron hace unos años por este tipo de herramientas han visto gratificado en la actualidad sus esfuerzos de pioneros en la apuesta por las TIC en educación...

El proyecto MAT-TIC forma parte de esta apuesta por la educación del futuro.

El equipo compartía algo mucho más valioso que su práctica en el diseño y uso de materiales digitales, una visión innovadora del uso de las TIC en las clases de matemáticas: los recursos digitales permiten enseñar y aprender matemáticas de una forma diferente y mejor. Porque las TIC:

- Facilitan la visualización de ideas y procesos matemáticos.
- Posibilitan abordar problemas matemáticos auténticos y asequibles a la edad de los alumnos.
- Hacen posible investigar en clase en lugar de aplicar algoritmos de forma mecánica y repetir técnicas aprendidas de memoria.

¿Qué pretendemos con MAT-TIC?

Algo tan simple y a la vez tan complejo como cambiar los verbos y las herramientas que rigen la enseñanza de las matemáticas. En la puesta en marcha del proyecto nos planteamos una reflexión clarificadora: ¿qué verbos son los más frecuentes en los problemas/ejercicios de un libro de texto de matemáticas?

Calcula, resuelve, halla, escribe, realiza las operaciones, opera, ... El verbo calcular gana por goleada.

Pero las matemáticas no son solo cálculo, no son exclusivamente números y fórmulas geométricas, gráficas de funciones o cálculos de probabilidad.

Con MAT-TIC queríamos poner sobre el tapete de las clases de matemáticas otros verbos hasta ahora poco frecuentes:

Investiga, construye, diseña, relaciona, observa, describe, razona, justifica, busca, descubre, identifica, conecta, interpreta...

¿De qué estábamos hablando?

Hablábamos de: Investigar en clase, generar curiosidad en los alumnos (y en los profesores), reflexionar sobre hechos y resultados, manipular física o digitalmente, visualizar ideas, tocar objetos, tomar decisiones fundadas... Hablamos de... ¡ilusionar!

Hablábamos de “hacer matemáticas” en las clases de matemáticas.

Hace unos años Paul Lockhart lo había plasmado magistralmente en su Lamento de un matemático:

«Si privas a los alumnos de tener la oportunidad de participar en esta actividad —de proponer problemas, hacer sus propias conjeturas y descubrimientos, de estar equivocados, de estar creativamente frustrados, de tener una inspiración, y de improvisar sus propias explicaciones y demostraciones— les estás privando de las matemáticas en sí mismas.

Paul Lockhart. Lamento de un matemático¹. La Gaceta de la RSME. Vol 11. Núm. 4. 2008

Unas líneas antes se hacía la siguiente reflexión que sirve para nuestro país y para todos los del entorno:

- Tenemos a millones de adultos con «*menos b más-menos la raíz cuadrada de b al cuadrado menos $4ac$ todo dividido por $2a$* » en su cabeza, y sin la mínima idea, sin embargo, de qué significa.

¹ <http://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=824>

- Y la razón es que nunca se les dio la oportunidad de descubrir o inventar algo así por sí mismos. Nunca tuvieron un problema atractivo en el que pensar, sobre el que frustrarse, y que crease en ellos el ansia de la técnica o el método.
- Nunca se les habló de la historia de la relación de la humanidad con los números —nada de antiguas tablas babilonias, nada del Papiro de Rhind, nada del Liber Abaci, nada de Ars Magna—.
- Aún más importante, ninguna oportunidad de curiosear sobre una cuestión; se les dio la respuesta antes de que se pudiesen plantear la pregunta.

Pero si importante es determinar qué enseñar, quizás sea mucho más interesante, discutir sobre el cómo enseñar y cómo aprender, es decir, pensar en las herramientas. En este camino, como en tantos otros, Miguel de Guzmán ² fue más explícito a la hora de definir los pilares en los que debería apoyarse la enseñanza de las matemáticas:

1. Visualizar las Matemáticas. Hacer visible lo que parece evidente y muchas veces no lo es.
2. Uso de las TIC. Facilitar al alumno la experiencia de descubrir por sí mismo.
3. Aprender de, aprender con la Historia de las Matemáticas
4. Aprender a través del juego y la belleza de las matemáticas
5. Introducir en las clases auténticas aventuras matemáticas para pensar mejor.

En 1999 Miguel adivinaba el futuro: *“Me resulta del todo verosímil que en un futuro bastante próximo la experimentación será mucho más fácil de realizar que ahora, la conjetura y su comprobación o refutación se hará así mucho más sencilla y sin esfuerzo, y la demostración automática será directa”*. M. de Guzmán

Estas premisas van a marcar el tipo de muchas de las actividades de MAT-TIC. Y no estamos solos, cada vez son más los profesores que se cuestionan si en la enseñanza de las matemáticas no abusamos de los procedimientos, de los algoritmos más rutinarios que enriquecedores y en cambio nos falta otro tipo de actividades más atractivas y ambiciosas.

² <http://platea.pntic.mec.es/aperez4/miguel/matematicas%20para%20todos.pdf>

Para qué MATTIC

Estamos acostumbrados en la enseñanza de las matemáticas, y de casi todas las materias, a un sistema de comunicación unidireccional y jerárquico en el que el profesor facilita en exclusiva la información, hace las preguntas y pretende obtener determinadas respuestas (prefijadas de antemano) de los alumnos. Está demostrado que ese no es el mejor método de enseñar matemáticas. Porque, con más frecuencia de la que sospechamos, lo importante en matemáticas son las preguntas y no tanto la respuesta.

Uno de los objetivos del proyecto MAT-TIC es tratar de llevar al aula auténticas actividades de investigación autónoma ajustadas a los conocimientos de los alumnos.

¿A qué nos referimos con investigar en clase? Nos referimos a:

- Generar entornos de investigación autónoma y provocar sorpresas y ganas de saber más
- Dejar que profesores y alumnos elaboren sus propias conjeturas.
- ¿Qué está pasando? ¿por qué? ¿Cuál es la solución “buena”?
- ¿Puede haber más de una solución para un mismo problema?
- ¿Si no tiene solución, cómo lo comunicamos?
- ¿Hay algo que se acerque a la solución, aunque no sea “la solución”?
- ¿Qué aprendemos por el camino?

Hemos intentado reflejar el esquema didáctico en el gráfico adjunto.

El trabajo sobre la aplicación se inicia con la experimentación sobre la situación propuesta, el estudiante debe realizar suficientes experiencias para identificar, reconocer y descubrir regularidades y pautas que le llevarán a hacer conjeturas, es decir, a emitir sus primeras conclusiones que tienen el efecto de comprometerlo con su trabajo.

El paso siguiente es reformular esas conjeturas para someterlas al juicio de los



demás y a la prueba de la aplicación, utilizando el applet para comprobar su conjetura. Con el trabajo realizado la conjetura puede que se vea refutada y deberá retroceder a nuevas conjeturas o será confirmada y vendrá el proceso de formalizarla, ver si se puede generalizar y llegar a la última fase de comunicar los resultados de su trabajo matemático.

Como muestra vale un botón, presentado por esta actividad MAT-TIC de investigación de 1º de bachillerato científico tecnológico:

Problema de Bertrand. Actividad de 1º de bachillerato científico y tecnológico.

La actividad presenta la estructura compartida de todas las actividades MAT-TIC en la que se presentan tres partes bien diferenciadas:

-Una introducción donde se plantea el concepto, el problema o la situación a investigar y se dan instrucciones de funcionamiento del applet.

La paradoja de Bertrand

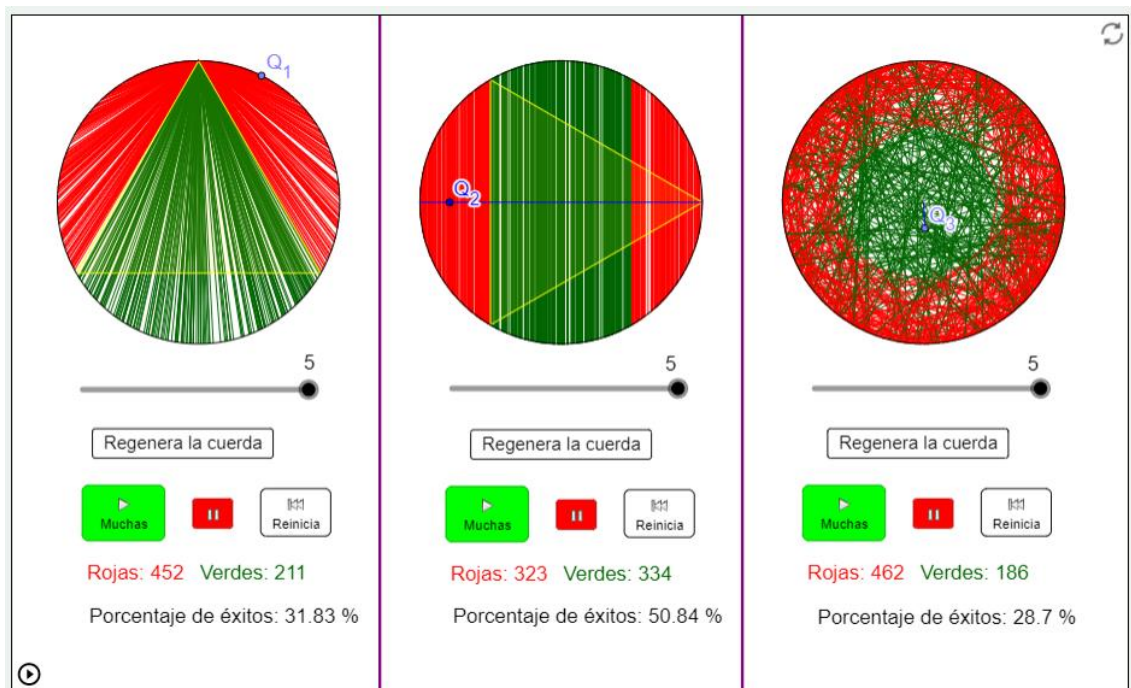
A finales del siglo XIX el matemático francés Joseph Louis François Bertrand planteó el siguiente problema de probabilidad geométrica:

Consideremos una circunferencia y tomemos una cuerda al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que esta cuerda sea más larga que el lado del triángulo equilátero inscrito en la circunferencia?

Abordando el problema de diferentes maneras, Bertrand obtuvo tres resultados distintos. ¿Cómo es posible? La pregunta clave es: ¿Cómo trazar una cuerda al azar?

En la aplicación siguiente se pueden observar tres circunferencias. En cada una de ellas se generan cuerdas siguiendo un método aleatorio diferente. Para ayudarte a comprenderlo hay un deslizador para cada circunferencia que permite ver paso a paso cada uno de los tres métodos de modo independiente.

- Un parte central, el escenario dinámico donde está la aplicación realizada con Geogebra con botones, deslizadores para que el alumno interactúe y le sirva de laboratorio de investigación.



- Una tercera parte donde se plantean al alumno una serie de cuestiones e instrucciones para responder a las preguntas y sacar sus propias conclusiones.

Usa la aplicación y responde:

- Inicialmente y hasta que no se especifique lo contrario trabajaremos solo en la parte izquierda de la pantalla para intentar comprender el primero de los tres métodos y calcular la correspondiente probabilidad.
1. Cambia la posición del punto P_1 al lugar que quieras y luego cambia a 4 el valor del deslizador que inicialmente está a 3. Luego pulsa el botón **Regenera la cuerda** en sucesivas ocasiones y observa las cuerdas generadas. ¿De qué depende que aparezcan en rojo o en verde?
 2. Coloca en 5 el valor del deslizador y pulsa el botón **Muchas**. Observa los contadores de cuerdas rojas y verdes. ¿Qué color gana en el marcador? ¿Por qué?
 3. Si se generasen por este método miles de cuerdas, ¿qué porcentaje cabría esperar de cuerdas más largas que el lado del triángulo inscrito? ¿Por qué?
 4. Describe el método por el que se genera aleatoriamente cada cuerda en esta circunferencia. El deslizador puede servirte para ver la construcción paso a paso.
 - Detén si no lo has hecho la generación de cuerdas en la primera de las tres circunferencias y pasa a experimentar con la segunda. Responde a las cuatro cuestiones anteriores para este segundo modo de generar cuerdas al azar.
 - Repite el proceso con la tercera circunferencia.

Tres resultados para un mismo problema. Una situación difícil de gestionar para el profesor e imposible de asumir por el alumno que está acostumbrado a lo que dice su contrato académico implícito: en matemáticas cada problema tiene una solución, o ninguna en el peor de los casos.

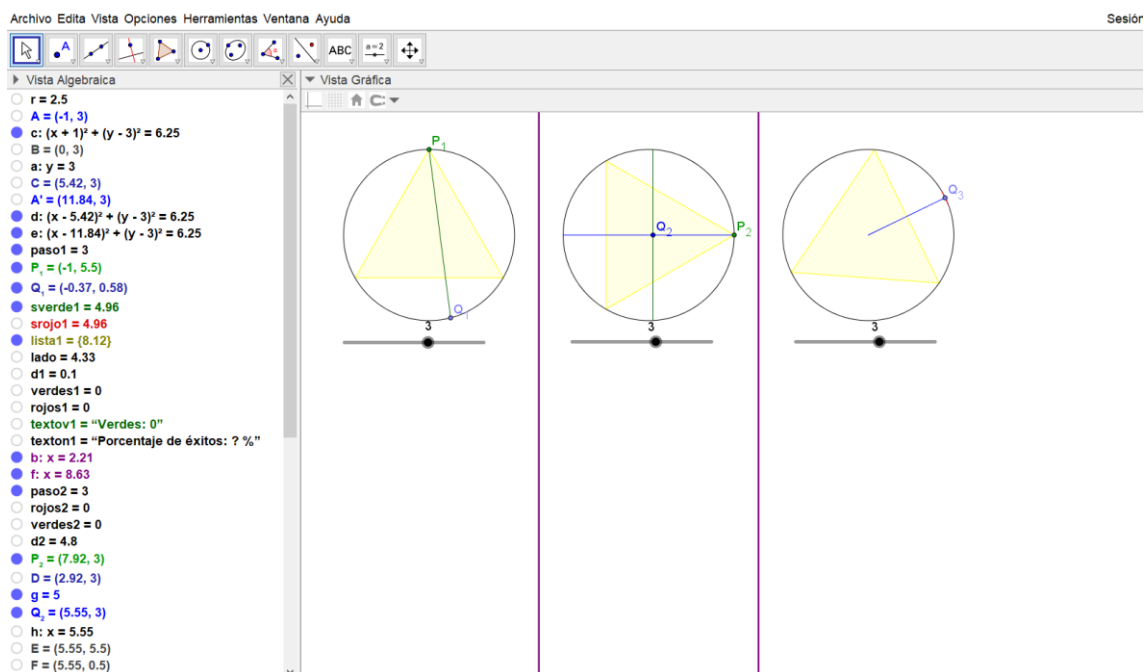
Geogebra, el motor de MAT-TIC

El programa elegido para realizar las aplicaciones interactivas y las animaciones es GeoGebra, un software de geometría dinámica, que combina geometría, álgebra y gráficos, creado por Markus Hohenwarter en 2001, de código libre que proporciona multitud de herramientas para presentar todos los contenidos matemáticos de secundaria y bachillerato:

- La geometría dinámica realiza construcciones, los nuevos elementos pueden estar relacionados con otros previos de forma que cuando modifiquemos los iniciales, todos los que dependan de ellos cambiarán con las condiciones que les hayamos impuesto.
- Dispone de dos ventanas gráficas y una 3D de forma que en una de ellas podemos poner los elementos que dejaremos para que el estudiante modifique, en la otra realizar una construcción en el plano o la representación gráfica de

una función y tener otra más para la construcción en tres dimensiones. En algunas actividades hemos utilizado una cuarta pantalla que proviene de la hoja de cálculo.

- Utiliza deslizadores –valores variables que pueden oscilar entre dos extremos–, para crear animaciones de objetos.
- Tiene amplias posibilidades para dar color a los objetos, incluso podemos hacer que un objeto tenga color dinámico, es decir, que el color varíe conforme a unos parámetros que tenemos controlados.
- Una potente hoja de cálculo cuyos elementos, además de números, pueden incluir objetos geométricos o funciones.
- Dispone de un potente CAS para realizar cálculos en forma simbólica.
- Una gran cantidad de herramientas: diagramas estadísticos de todo tipo, distribuciones de probabilidad, tratamiento de listas, vectores y matrices.
- Es fácil convertir una construcción geométrica en un applet. En MAT-TIC hemos utilizado HTML5.



Pero no se trata de que el profesor se convierta en un experto en el manejo de Geogebra, ni que los alumnos realicen sus propias construcciones con el programa.

El proyecto MAT-TIC ofrece a un profesorado no experto, e incluso reticente con el uso de las TIC, recursos digitales ya elaborados y cerrados con orientaciones metodológicas acerca de su uso a través de una ficha didáctica de cada actividad.

El proyecto reúne más de 1200 actividades ajustadas a los contenidos de todos los cursos de la ESO y los distintos bachilleratos.

Para utilizar una actividad concreta en el aula física o en el aula virtual el profesor sólo debe leer la ficha didáctica y analizar las distintas posibilidades de uso de la actividad propuesta.

Unidad 4 Fracciones Fracciones. Interpretación

**PROGRAMA
MAT-TIC**

**Fracción como parte de la
unidad**
**TIPO
2**

Conocimientos previos	Contenidos curriculares	Estándares de aprendizaje
▶ Fracción como parte de la unidad ▶ Fracción como cociente	▶ Fracciones en entornos cotidianos. ▶ Representación, ordenación y operaciones.	▶ Identifica los números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa.

Escenario del applet

Aplicación en ventana con dos secciones.

1.ª Selección de numerador, denominador y tipo de representación: en círculo y en recta

2.ª Dos escenarios:

- Tres actividades para identificar una parte del círculo con su fracción
- Seis actividades para colocar representar en la recta real

En ambos escenarios hay autoevaluación.

Representación en círculo
 Numerador: 4
 Denominador: 8
 Representación gráfica en círculo
 Representación gráfica en recta
 Generar combinación

Numerador = 1
 Denominador = 2
 Numerador = 1
 Denominador = 3
 Numerador = 1
 Denominador = 4

Representación en recta
 Representa sobre la recta la fracción 1/2
 Representación gráfica en círculo
 Representación gráfica en recta
 Número de divisiones: 1
 Generar combinación

0 1/2 1

Orientaciones metodológicas

- ▶ Actividad para introducir de forma gráfica el concepto de fracción propia.
- ▶ Ejercita la destreza de identificar una parte de una unidad con una fracción.
- ▶ Ejercita la representación de fracciones propias en la recta.
- ▶ En su uso individual permite al alumno realizar su autoevaluación.

Observaciones: La generación aleatoria de las fracciones permite usar la aplicación como instrumento para repetir ejemplos para los alumnos con dificultades de aprendizaje.

Las actividades de MAT-TIC

Las actividades se presentan como un escenario dinámico sobre el que se trabaja para extraer de él las ideas matemáticas: conceptos, destrezas, relaciones entre conceptos o estrategias de resolución de problemas. Cada actividad tiene tres partes claramente diferenciadas:

- Introducción:

Lo primero que nos encontramos es una presentación del contexto de la situación matemática planteada que puede ser la colocación de baldosas, las subidas y bajadas de un ascensor, las reglas de un juego, el reparto de una tarta, un entorno cotidiano, una situación histórica, un rompecabezas, un desafío matemático o cualquier otro argumento que hayamos encontrado para introducir el contenido matemático curricular.

Una exposición de las acciones que debe realizar el estudiante sobre la aplicación interactiva que viene a continuación: si debe pulsar algún botón para que se inicie la acción, mover un deslizador, desplazar un punto o realizar una construcción sobre la pantalla.

- Applet de Geogebra:

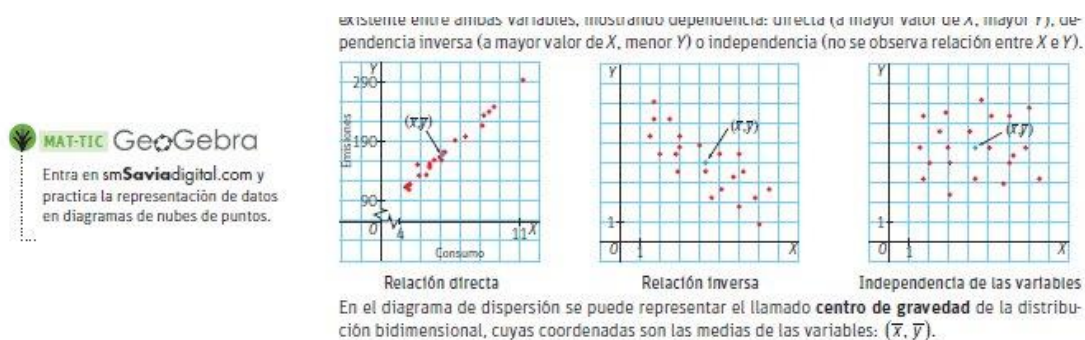
La aplicación interactiva que representa lo matemáticamente esencial de la situación planteada sobre la que debe trabajar el estudiante para comprobar las consecuencias de sus acciones y comprobar si ha comprendido la situación planteada.

- Cuestionario para extraer conclusiones y construir conocimientos:

Se acaba con una colección que suele oscilar entre 2 y 5 preguntas relacionadas con el contenido teórico-práctico y con lo investigado en el applet y normalmente se le pide que realice nuevas acciones sobre la aplicación con el objetivo de guiar su reflexión acerca de lo que ocurre al realizarlas.

Cada unidad didáctica del libro de texto se suele enlazar con ocho actividades interactivas (aunque este número puede variar de una unidad a otra) que pueden ser de tres tipos, veamos algunos ejemplos de cada tipo:

1. **Actividades Directas** que suelen estar vinculadas a algún contenido o destreza que se desarrolla e incluso van ancladas al desarrollo de los epígrafes del libro de texto con una llamada en el lateral. Normalmente no suelen ser de dificultad elevada.



Partículas es una actividad de 2º de ESO para introducir la idea de mínimo común múltiplo de varios números. La aplicación lanza tres partículas, con intervalos de tiempo diferentes. El applet se encarga de registrar el instante en el que ha sido disparada cada partícula y la cantidad de disparos de cada lanzador. Podemos estudiar las coincidencias de partículas, cuándo se han producido y cuántas veces se han disparado a la vez.

Partículas

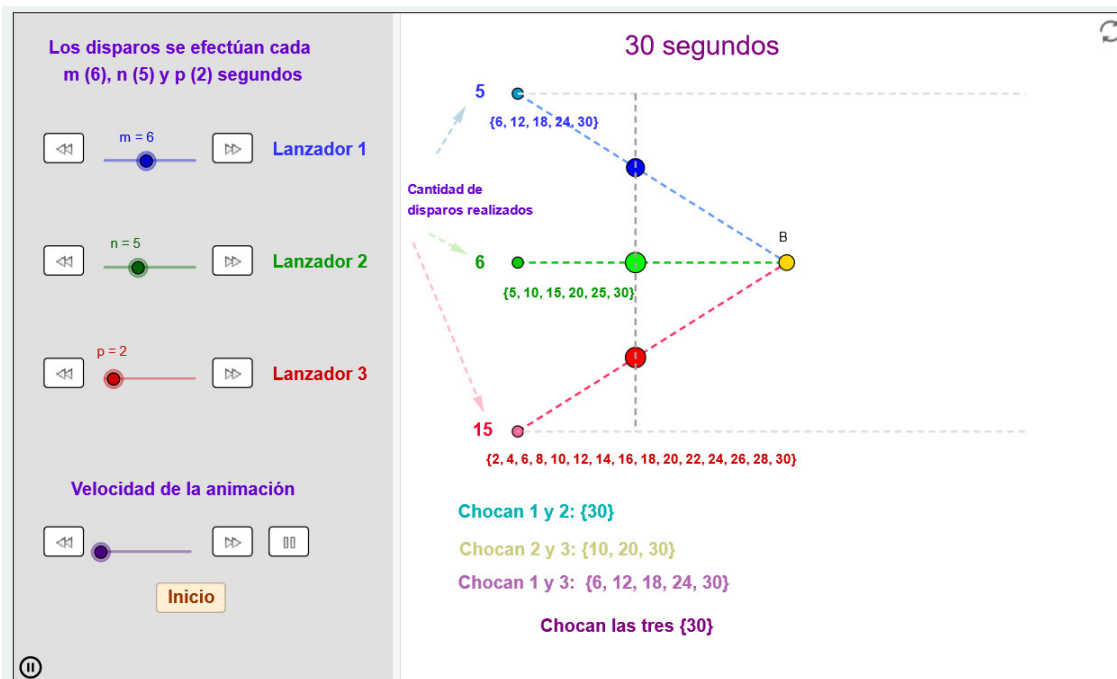
Vamos a lanzar partículas desde tres lugares distintos hacia el punto marcado como B. Desde el punto azul sale una partícula cada m segundos, desde el verde cada n segundos y desde el rojo cada p segundos. Cuando una partícula llega sola al punto de encuentro sigue su camino, pero si llega con otra se une a ella y su color será intermitente.

Inicialmente la partícula azul sale cada 6 segundos, la verde cada 5 y la roja cada 2. Dispones de controles en la ventana izquierda para aumentar o disminuir la frecuencia de disparo y también para modificar la velocidad de la animación.

En la ventana derecha tienes una animación de las partículas y los choques que se producen y además te ofrece la siguiente información:

- El tiempo transcurrido.
- Los instantes en que ha sido disparada cada partícula.
- La cantidad de disparos que ha realizado cada lanzador.
- La coincidencia de cada par de partículas y cuándo han coincidido las tres.

Pulsa sobre **Inicio** para comenzar la animación y coloca la velocidad adecuada con



Usa la aplicación y responde:

1. Modifica los valores de las frecuencias con que se dispara cada partícula y estudia la frecuencia de choque de cada par de partículas y los choques de las tres.
2. Utiliza la **descomposición en factores** para obtener el **mínimo común múltiplo** de cada par de números, comprobar el primer choque de cada par de partículas y para obtener la coincidencia de las tres.

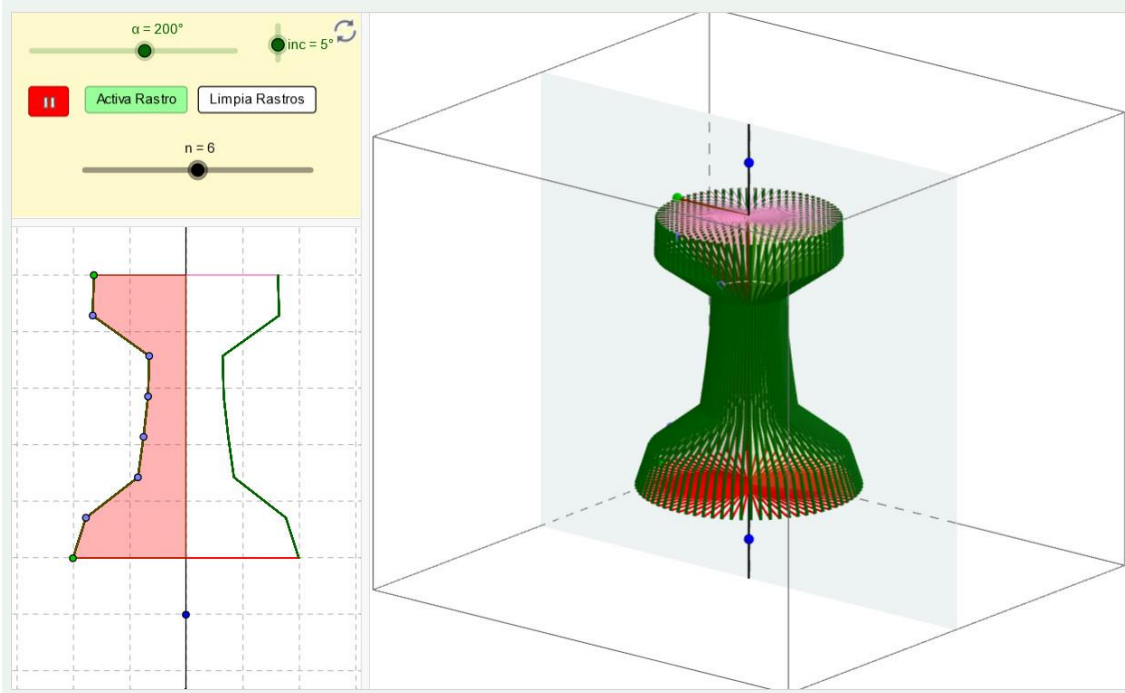
Cuerpos de revolución realiza la rotación de una figura plana alrededor de un eje y después podemos ver el resultado obtenido desde la perspectiva que deseemos. Permite variar la forma de la figura a rotar para construir vasos, copas, jarras y otros objetos cotidianos. La propuesta de trabajo les pide el diseño de la figura plana para obtener determinados objetos.

Cuerpos de revolución

Cuando giramos una figura plana alrededor de una recta (llamada eje de revolución) obtenemos un **cuerpo de revolución**.

La superficie exterior se llama "superficie de revolución". Estamos acostumbrados a ver esas superficies en muchos objetos: vasos, copas, balones, lámparas, bombillas, tapones, peonzas, puntas, depósitos, bóvedas, carretes, bombonas, floreros, cúpulas, boyas, botellas, cubos, frascos, botes, cuencos, campanas, etc.

En esta aplicación vamos a crear cuerpos de revolución comprobando el resultado tras modificar el polígono inicial. Pulsando el botón derecho del ratón sobre la zona en 3D y arrastrando el ratón podrás cambiar la perspectiva y observar mejor la forma de esos cuerpos de revolución.



Usa la aplicación y responde:

1. Pulsa el botón para activar el rastro y observa la figura. ¿A qué objeto te recuerda el cuerpo de revolución generado por el polígono inicial al girar alrededor del lado perpendicular a sus bases? Puedes reducir el valor de **inc** a 1º para observarlo mejor.
2. Tras pulsar en el botón  y en  para reiniciar y detener la animación, modifica el número y la posición de los vértices del polígono de la izquierda para obtener cuerpos con la forma de los objetos de la lista siguiente. Pulsa en el botón  y vuelve a activar el rastro para comprobar el resultado.

◦ Un tapón cilíndrico 

◦ Un cono 

◦ Un pozal 

◦ Un lapicero 

◦ Una flecha 

◦ Un carrete 

◦ Un diábolo 

3. Describe qué tipo de figura plana es la que, al girar, da como resultado cada objeto.

2. **Actividades Intermedias** con aplicaciones de los contenidos a la vida real. Se utilizan para descubrir resultados más complejos, aplicar técnicas más complicadas o relacionar conceptos matemáticos. Las aplicaciones son más complicadas o van varias secuenciadas. Se pretende que los estudiantes lleguen a un resultado concreto y/o al dominio de una técnica o una destreza. La intervención del profesor se hace más necesaria en este tipo de actividades.

Enunciados y gráficas, de 1º de ESO se presentan al estudiante seis situaciones cotidianas en las que se describe verbalmente un recorrido y el estudiante debe desplazar los puntos de la gráfica para que tome la forma que mejor represente la relación entre las variables en el relato.

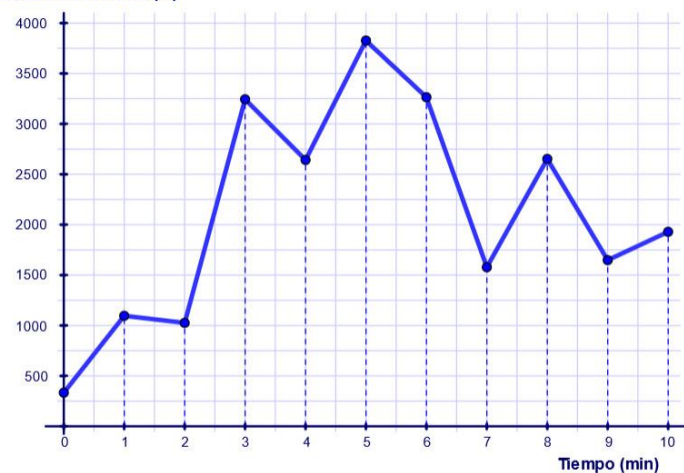
P1 P2 P3 P4 P5 P6

PROBLEMA 1

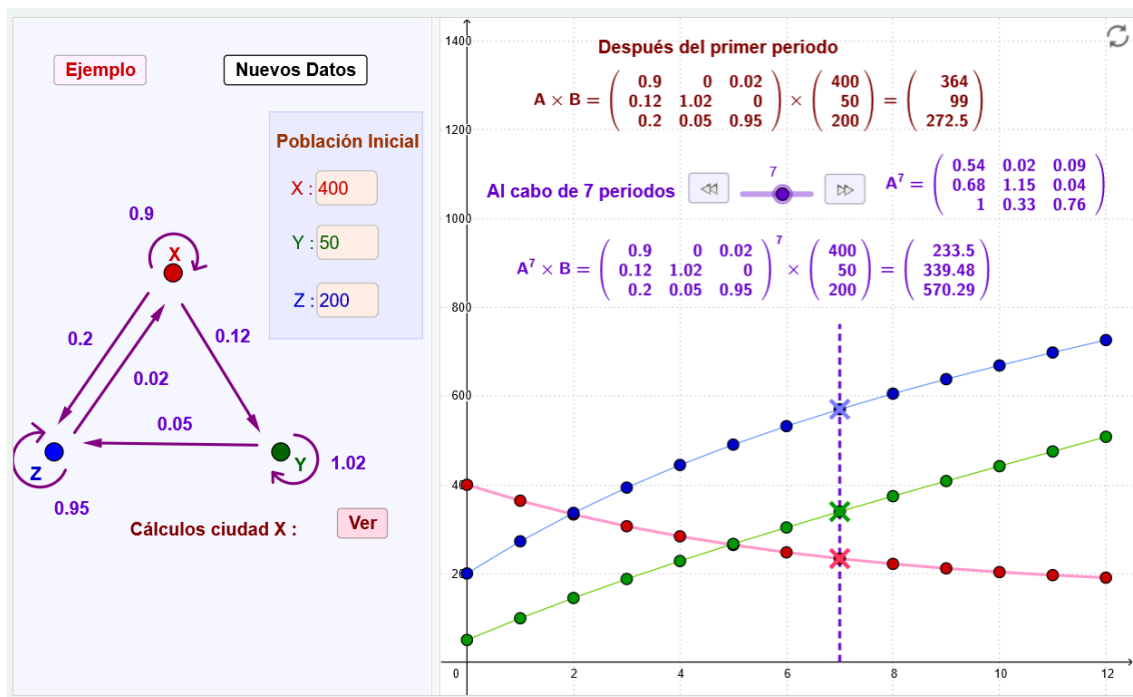
Cuando salgo a correr voy aumentando gradualmente el ritmo y luego mantengo un ritmo constante durante un buen rato. Cuando estoy próximo al final voy disminuyendo el ritmo hasta que finalmente me paro.

Construye una gráfica que muestre cómo varía la distancia recorrida a lo largo del tiempo de entrenamiento.

Distancia recorrida (m)



Movimientos migratorios propone una aplicación para 2º de bachillerato de Ciencias Sociales del producto de matrices y la potencia de una matriz en un contexto de migraciones entre tres ciudades. Dada una población inicial en cada una de ellas, si tenemos el porcentaje de permanencia en cada ciudad y de trasvases que se producen entre ellas cada 10 años y esos porcentajes se mantienen en el tiempo, podremos predecir la evolución de las ciudades y prever las necesidades de servicios públicos que tenemos que destinar a ellas: escuelas, hospitales, carreteras, etc.

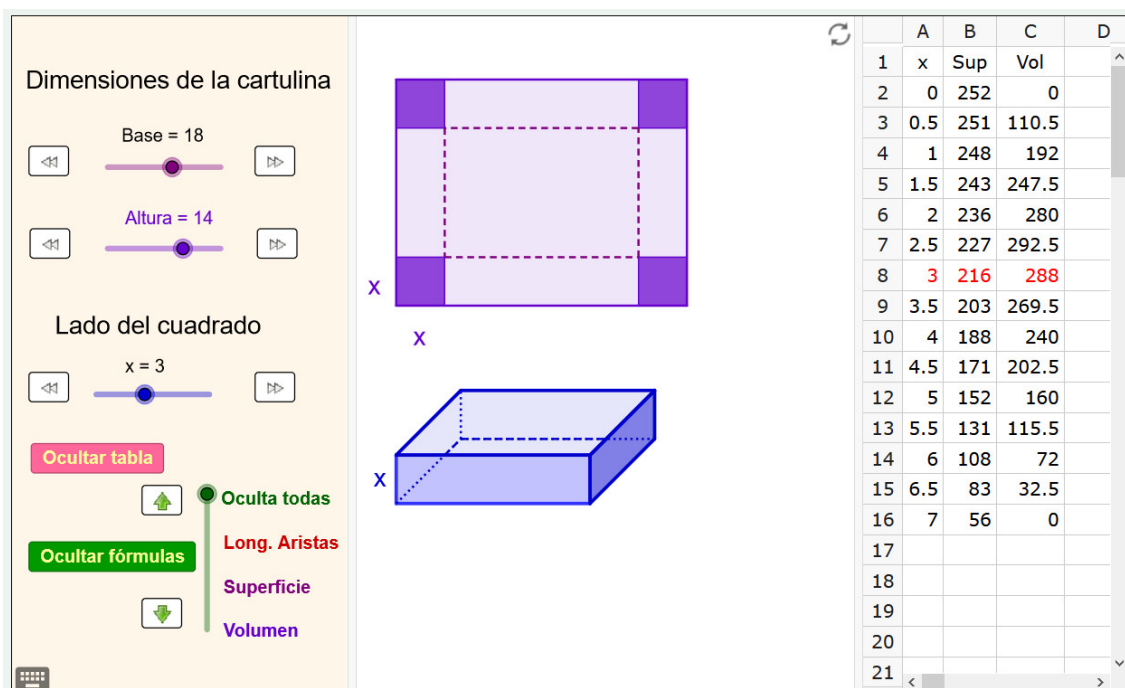


3. **Actividades de investigación:** plantean una investigación que lleva al descubrimiento autónomo de un resultado global. El esquema es más variado, aunque no forzosamente más complejo. Permite construir conocimientos o reforzar ideas generales. El profesor puede involucrarse en el proceso de investigación administrando las ayudas, pero haciendo que sean los alumnos los que toman sus propias decisiones y evalúen las consecuencias a las que les llevan, si avanzan el trabajo o deben replantearse el camino seguido. Una pregunta tipo podría ser: ¿cómo funciona?

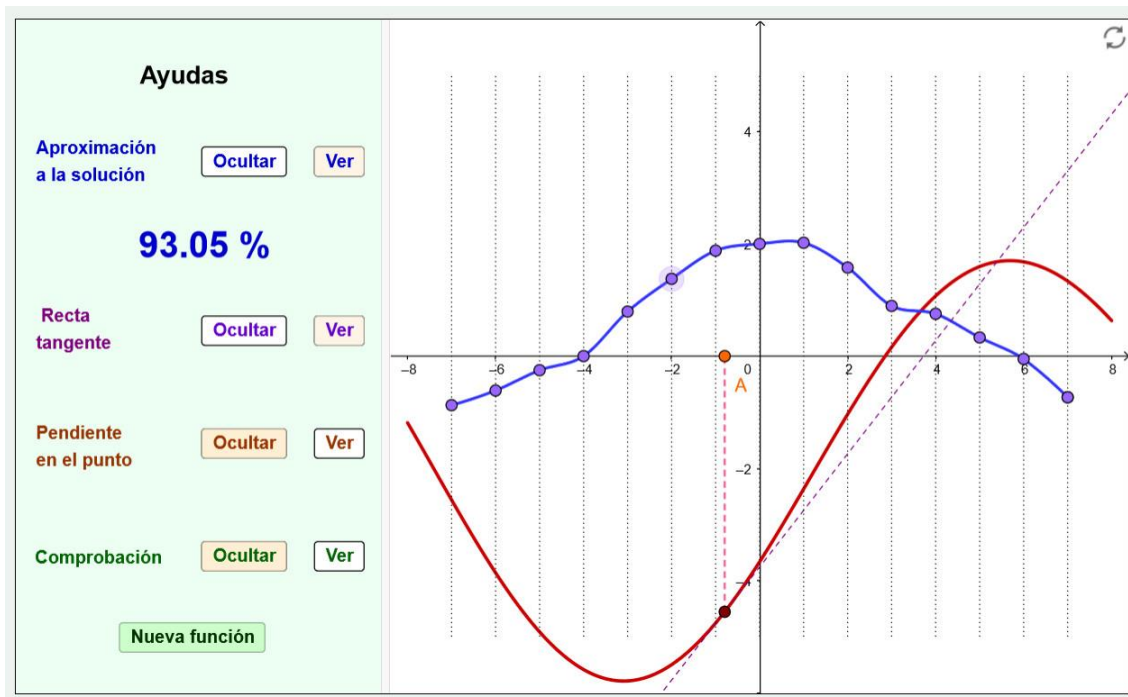
Cajas sin tapa propone una situación clásica en problemas de máximos y mínimos que se suele plantear en 2º de bachillerato como una aplicación del cálculo de derivadas, pero la hemos diseñado para 2º de ESO. Con las ayudas pertinentes los alumnos pueden llegar a conclusiones sorprendentes por sus propios medios.

El enunciado parte de cartulinas rectangulares a las que recortamos los cuadrados de las esquinas y plegamos por las líneas de puntos. El objetivo es construir cajas de volumen máximo. Los estudiantes pueden colocar los valores de las dimensiones de la cartulina y del lado del cuadrado que quitamos para estudiar la evolución de los valores

en la tabla o centrarse en la obtención de fórmulas para la suma de las longitudes de las aristas, la superficie o el volumen.



Gráfica de la función derivada nos propone la construcción de la gráfica de la derivada de una función dada por su gráfica (en rojo). Disponemos de una colección de puntos (azules) para ir dibujando esa gráfica. El alumno dispone de varios tipos de ayuda, desde la más básica como es decirle el porcentaje de aproximación a la solución a otras más elaboradas como presentar la recta tangente a la curva en cada punto o mostrar la pendiente. Se pretende que el estudiante disponga al principio de más ayudas y que las vaya ocultando conforme aumenta su destreza en la comprensión de la función derivada.



MAT-TIC en Savia

El repositorio de actividades de MAT-TIC cobra todo su sentido al integrarse en el marco de la plataforma Saviadigital con la que SM realiza una apuesta clara y definida por la integración de las TIC en la educación.

Dentro de cada curso las aplicaciones de MAT-TIC están situadas en dos apartados:

Unas están situadas en **Recursos exclusivos para el profesor** con el título MAT-TIC CON GEOGEBRA y permiten al docente administrar su uso y la realización de las mismas por los alumnos en el momento más indicado. Suelen ser actividades de tipo intermedio o de investigación.

The screenshot displays the Thrivu platform interface for the course '2º ESO Matemáticas. Savia'. The main navigation bar includes icons for a tree, a dropdown arrow, and user profile. The unit title 'Cuerpos geométricos' is prominently displayed with a large number '11'. Below the title, there are tabs for 'SECUENCIA DIDÁCTICA', 'UNIDAD DIDÁCTICA DIGITAL', 'RECURSOS INTERACTIVOS' (which is highlighted), 'RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA UNIDAD', and 'TRABAJO PARA ASIGNAR'. A pink banner below the tabs reads 'RECURSOS EXCLUSIVOS DEL PROFESOR'. Below this banner, a text block explains that these resources are for the teacher's use and can be shared with students. The main content area is divided into several sections: 'PONTE A PUNTO' with a diagnostic activity, 'PARA EXPONER' with a geometry and patterns resource, 'PARA PRACTICAR JUNTOS' with a polyhedron identification resource, and 'MAT-TIC CON GEOGEBRA' with four resources: 'Panal de abejas', 'Poliedros que rellenan el espacio 1: dodecaedro rómbico', 'Poliedros que rellenan el espacio 2: octaedro truncado', and 'Cortes en el cubo'. Each resource has a 'Mostrar a los alumnos' button. At the bottom, there is a 'MIS RECURSOS PERSONALES' section with an 'AÑADIR RECURSO PERSONAL' button and a plus icon.

2º ESO Matemáticas. Savia

11 Cuerpos geométricos

SECUENCIA DIDÁCTICA UNIDAD DIDÁCTICA DIGITAL **RECURSOS INTERACTIVOS** RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA UNIDAD TRABAJOS PARA ASIGNAR

RECURSOS EXCLUSIVOS DEL PROFESOR

Acceso directo a los recursos interactivos de la unidad digital. Estos recursos no están disponibles para tus alumnos, pero si lo deseas los puedes compartir con ellos. Además puedes incluir tus propuestas o enlaces a recursos que hayas encontrado en la web.

PONTE A PUNTO Actividad de diagnóstico: ¿Qué sabes acerca de los cuerpos geométricos? [Mostrar a los alumnos](#)

PARA EXPONER Geometría y patrones [Mostrar a los alumnos](#)

PARA PRACTICAR JUNTOS Identifica poliedros [Mostrar a los alumnos](#)

MAT-TIC CON GEOGEBRA

- Panal de abejas [Mostrar a los alumnos](#)
- Poliedros que rellenan el espacio 1: dodecaedro rómbico [Mostrar a los alumnos](#)
- Poliedros que rellenan el espacio 2: octaedro truncado [Mostrar a los alumnos](#)
- Cortes en el cubo [Mostrar a los alumnos](#)

MIS RECURSOS PERSONALES AÑADIR RECURSO PERSONAL [+](#)

En el apartado Recursos interactivos de autoaprendizaje del alumno se incluyen actividades de directas que el alumno puede gestionar de forma autónoma y que no suelen necesitar la intervención guiada por parte del profesor.

RECURSOS INTERACTIVOS DE AUTOAPRENDIZAJE PARA EL ALUMNO

Aquí puedes ver cómo se muestran los recursos interactivos a tus alumnos. En Tu profesor te recomendarán se mostrarán todos los recursos que hayas decidido compartir con ellos.

PRACTICA	Asigna a cada ángulo diedro su medida correspondiente	Encuentra los datos desaparecidos ✓	Asocia cada prisma con su descripción	Genera tus cilindros y trata de encontrarlos en la realidad
	Genera tus conos y trata de encontrarlos en la realidad	Calcula áreas y volúmenes de cuerpos geométricos ✓		
MAT-TIC CON GEOGEBRA	Elementos de la geometría del espacio	Dualidad de poliedros regulares 1. Tetraedro	Dualidad de poliedros regulares 2: cubo y octaedro	Dualidad de poliedros regulares 3: dodecaedro e icosaedro
	Balones de fútbol	Área lateral del prisma	Área lateral de la pirámide	Cuerpos de revolución
	Cuerpos redondos	Área lateral del cilindro	Área lateral del cono	Esfera
AMPLÍA	Aprende a calcular el área y el volumen de un tronco de pirámide	Obtén la expresión del área de una esfera de manera manipulativa		
VALORA LO APRENDIDO	Resumen	Autoevaluación ✓		

Con la llegada de la COVID 19 y la implantación de las clases virtuales la plataforma Saviadigital y los recursos MAT-TIC han venido a jugar un papel destacado en el proceso de enseñanza de las matemáticas y han contribuido a demostrar que las matemáticas pueden ser algo más que un lenguaje, que de hecho son una aventura.

Como muy bien decía Paul Lockhart en su Lamento de un matemático:

¡¡Con lo bien que nos lo podíamos estar pasando en clase de matemáticas... ¡!

Antonio Pérez Sanz. Coordinador del MAT-TIC
 José Antonio Mora Sánchez. Miembro del equipo MAT-TIC